

Vivemos em um espaço-tempo curvo?

Esmerindo de Sousa Bernardes
DFCM-IFSC-USP
e-mail: sousa@if.sc.usp.br

26 de Setembro de 2001

- C. M. Will, *Was Einstein Right?*, Oxford (1995, Segunda edição); *Einstein Estava Certo?*, UnB (1996).
- C. M. Will, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, Cambridge (1993, Segunda edição).
- C. M. Will, *The Confrontation between General Relativity and Experiment*, www.livingreviews.org (2000).

Conteúdo

1	Descobrimento (1880–1920)	3
1.1	<u>Introdução</u>	3
1.2	<u>Fundamentos</u>	4
1.3	<u>O princípio da equivalência</u>	5
	1.3.1 Fundamentos do Princípio da Equivalência	5
	1.3.2 Evidências experimentais	6
1.4	<u>O espaço-tempo curvo</u>	7
1.5	<u>Teorias métricas</u>	8
1.6	<u>Evidências experimentais</u>	9
	1.6.1 Deslocamento do periélio de Mercúrio	9
	1.6.2 Desvio da trajetória da Luz	10
	1.6.3 <i>Red Shift</i>	11
2	Renascimento (1960–1980)	12
2.1	<u><i>Red shift</i></u>	12
2.2	<u>O atraso temporal da Luz</u>	13
2.3	<u>Versão forte do Princípio da Equivalência</u>	14
2.4	<u>Constante gravitacional</u>	15
2.5	<u>Ondas gravitacionais</u>	16

1 Descobrimto (1880–1920)

1.1 Introdução

Albert Einstein (1879–1955)

1905: Antes da Relatividade Especial

- As leis da Mecânica valem em todos os referenciais inerciais
- Equivalência entre massa inercial e massa gravitacional
- Nenhuma evidência experimental do repouso absoluto
- Velocidade da luz constante (Michelson-Morley)
- As contrações de FitzGerald-Lorentz

1905: Após a Relatividade Especial

- O repouso absoluto é desnecessário
- As leis da Física valem em todos os referenciais inerciais
- A velocidade da luz no vácuo é uma constante universal
- As contrações espacial e temporal são devido ao estado de movimento
- Equivalência entre massa e energia
- Espaço e tempo formam uma estrutura única: o espaço-tempo (plano)
- Incompatibilidade com a gravitação newtoniana

1915: Relatividade Geral

- Validade das leis físicas em todos os referenciais
- Equivalência entre gravidade e um movimento uniformemente acelerado
- O espaço-tempo é curvo
- Previsões:
 - Mudanças em frequência das ondas eletromagnéticas (*red shift*)
 - Desvio da trajetória da luz na presença de um campo gravitacional
 - O deslocamento do periélio de Mercúrio

1.2 Fundamentos

Geometria euclideana:

- Euclides de Alenxandria (325–265 AC)
- Espaço plano
- Retas paralelas nunca se interceptam
- A soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°

Geometria não-euclideana:

- Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826–1866)
- Espaço curvo
- Linhas paralelas podem se interceptarem
- A soma dos ângulos internos de um triângulo pode ser maior que 180°

Superfície esférica:

- Cientistas vivendo em um espaço curvo bidimensional
- Experimento: medir a soma dos ângulos internos de triângulos
- Triângulos semelhantes feitos de vários materiais fornecem o mesmo valor para a soma de seus ângulos internos ($> 180^\circ$)
- Concluem que há uma força universal entortando a matéria
- À medida que as dimensões dos triângulos diminuem, o valor da soma dos ângulos internos se aproxima de 180°
- Fenômeno ligado à natureza do espaço: ele é curvo em uma escala maior e é plano em uma escala menor

1.3 O princípio da equivalência

1.3.1 Fundamentos do Princípio da Equivalência

Versão fraca:

- Corpos caem com a mesma aceleração (universalidade da queda livre)
- A trajetória de um corpo em queda livre é independente de sua estrutura interna e composição

Versão einsteiniana:

- A versão fraca do princípio da equivalência é válida
- Equivalência entre gravidade e um movimento uniformemente acelerado de um referencial local
- Todas as equações matemáticas descrevendo qualquer lei física, quando usadas em um referencial local em queda livre, serão escritas no forma que elas normalmente têm no espaço-tempo plano da relatividade especial
- O resultado de qualquer experimento local não-gravitacional é independente da velocidade do referencial em queda livre e da localização (onde e quando)

Versão forte:

- Versão einsteiniana estendida a qualquer tipo de experimento, incluindo experimentos gravitacionais
- Uma bola de tênis e uma estrela de nêutrons caem com a mesma aceleração?

Violações:

- A teoria da Relatividade Geral de Einstein é a única teoria métrica que não viola a versão forte do princípio da equivalência
- Teorias não-métricas (supercordas, por exemplo) violam o princípio da equivalência devido à possibilidade de acoplamento dos campos adicionais à matéria
- Falta mais evidências experimentais
- Qualquer violação \Rightarrow Física nova!

1.3.2 Evidências experimentais

384–322 (Aristóteles):

- Corpos diferentes caem com acelerações diferentes

1586 (Simon Stevin, 1548–1620):

- Comprovação experimental de que corpos distintos caem com a mesma aceleração

1589 (Galileu Galilei, 1564–1642):

- Professor na Universidade de Pisa

1687 (Isaac Newton, 1643–1727):

- *Principia*, um tratado de Mecânica
- Massa é proporcional ao peso
- Massa inercial = massa gravitacional
- Corpos caem com a mesma aceleração
- Princípio fundamental para a Mecânica
- Experimentos com pêndulos (precisão: $1/10^3$)

1889 (Lóránd Baron Von Eötvös, 1848–1919):

- Balança de torção (força inercial: Terra, precisão: $1/10^6$)

1907 (Albert Einstein, 1879–1955):

- Princípio da equivalência \Rightarrow espaço-tempo global curvo (localmente plano)

1960 (Robert Dicke):

- Balança de torção (força inercial: Sol, precisão: $10/10^{12}$)

1990 (Eric Adelberger):

- Balança de torção (força inercial: Terra, precisão: $1/10^{12}$)

2004 MiniSTEP:

- precisão: $1/10^{18}$

1.4 O espaço-tempo curvo

Gravitação newtoniana:

- Vale a versão fraca do princípio da equivalência
- Corpos distantes se atraem devido à ação instantânea de uma força proporcional ao inverso do quadrado da distância entre os corpos
- Cada corpo possui um potencial para atrair outros cuja variação produz um campo de forças, independentemente da presença de um outro corpo

Gravitação einsteiniana:

- Vale a versão einsteiniana do princípio da equivalência
- O espaço-tempo é curvo e possui uma métrica simétrica
- Matéria-energia produz uma distorção no espaço-tempo criando caminhos (geodésicas) por onde outros corpos passarão
- Não há forças, somente campos
- Força gravitacional é um efeito causado pela curvatura do espaço-tempo
- A curvatura do espaço-tempo causada pela presença de matéria é quantificada pelas equações de Einstein (equações diferenciais de segunda ordem, não-lineares, para a métrica)
- Universalidade da queda livre \Rightarrow campos não-gravitacionais acoplam apenas com a métrica
- A métrica é uma propriedade do espaço-tempo, e não apenas mais um campo sobre o espaço-tempo
- Relatividade Geral de Einstein admite um grupo grande de simetrias contínuas (denominado de difeomorfismos); melhor exemplo do programa de Erlanger (Felix Christian Klein, 1849–1925): a cada simetria está associada uma geometria
- Na Relatividade Geral, não existem referenciais rígidos. A localização de objetos no espaço-tempo é feita considerando as posições relativas entre os objetos. Portanto, o deslocamento de todos os objetos (difeomorfismo) não cria um estado diferente.

1.5 Teorias métricas

- O espaço-tempo possui uma métrica simétrica
- A trajetória de um corpo em queda livre é uma geodésica da métrica
- As leis não-gravitacionais da Física em referenciais locais em queda livre são aquelas da relatividade especial \Rightarrow constantes atômicas são constantes
- Matéria e campos não-gravitacionais respondem apenas à métrica
- Podem existir outros campos gravitacionais além da métrica, mas não acoplam com a matéria. Podem existir também constantes ajustáveis
- Estes campos extras são importantes apenas como mediadores no processo de formação da métrica pela matéria
- O número de campos gravitacionais além da métrica e as equações que determinam a estrutura e evolução destes campos distinguem as várias teorias métricas
- Teorias métricas puramente dinâmicas: estrutura e evolução determinadas por equações diferenciais parciais acopladas
- A Relatividade Geral possui apenas um campo gravitacional e é uma teoria puramente dinâmica. A estrutura evolutiva da métrica é dada pelas equações de Einstein
- A Relatividade Geral é a única teoria que não viola a versão forte do princípio da equivalência
- Experimentos locais: Cavendish, medida da aceleração de corpos massivos, estudos da estrutura de estrelas e planetas, etc.
- Em qualquer teoria onde a métrica (gerada por um sistema local) pode acoplar-se a outros campos gravitacionais, a estrutura e evolução da métrica será influenciada pelos valores dos demais campos gravitacionais na região de contorno distante

1.6 Evidências experimentais

1.6.1 Deslocamento do periélio de Mercúrio

Gravitação newtoniana:

- 1609: Johannes Kepler (1571–1630) publica duas das três leis para o movimento de planetas e satélites
- 1687: Isaac Newton (1642–1727) publica um tratado de Mecânica contendo a gravitação newtoniana
- 1705: Edmund Halley calcula a órbita do cometa Halley
- 1765: Cálculos perturbativos possibilitam uma descrição detalhada do movimento da lua (com exceção da aceleração secular)
- 1855: Le Verrier calcula a órbita de Mercúrio e a precessão de seu periélio observado como sendo $574''/100$ anos:
- Vênus: $277''$; Júpiter: $153''$; Terra: $90''$; Demais planetas: $10''$; Restava $43''/100$ anos!

Relatividade Geral:

- 1915: Einstein calcula os $43''/$ século que estava faltando, usando as correções pós-newtonianas da teoria da Relatividade Geral:
- Efeitos devido à curvatura
 - Efeitos devido à velocidade
 - Efeitos devido à não-linearidade da Relatividade Geral

Brans-Dicke:

- 1960: Robert Dicke e Carl H. Brans apresentam uma teoria alternativa à Relatividade Geral, contendo um campo gravitacional escalar a mais e uma constante ajustável
- 1966: R. Dicke e H. M. Goldenberg afirmam que o sol não é perfeitamente esférico (± 50 Km $\Rightarrow 3''/$ século para o deslocamento do periélio de mercúrio)
- O potencial newtoniano para corpos esfericamente achatados recebe uma perturbação proporcional a $1/r^4$
 - O achatamento do sol devido à rotação é cerca de 200 m!
 - Somente em 1989 foi acumulado um montante de evidências para indicar que o achatamento do sol é devido apenas à rotação

1.6.2 Desvio da trajetória da Luz

Gravitação newtoniana:

1783: John Michell notou que a luz, vista como um corpúsculo, deveria ser atraída pela gravidade. Concluiu que certas estrelas, com um diâmetro correto, não deixavam a luz escapar de sua superfície. Laplace fez cálculos similares em 1798.

1803: Johann George von Soldner mostrou que a gravidade poderia curvar a trajetória da luz. Para o sol, o desvio da luz é de $0,876''$. Cavendish fez os mesmos cálculos em 1788, mas nunca os publicou.

Relatividade Geral:

1911: Einstein, usando princípio da equivalência, calcula os mesmos $0,876''$ para o desvio da luz

1915: Einstein usa a Relatividade Geral e recalcula o desvio da luz como sendo $1,752'' = 2 \cdot 0,876''$! (O desvio é independente do comprimento de onda)

Evidências experimentais:

1919: Arthur Stanley Eddington (1882–1944)

- Em 1917 Willem de Sitter mostra os trabalhos de Einstein a Eddington
- Em 1919 Eddington pede dispensa do serviço militar (em plena guerra) e monta uma expedição para observar a deflexão da luz durante uma eclipse solar
- Eddington foi para a Ilha de Príncipe ($1,60 \pm 0,31$)
- Andrew Crommelin veio para Sobral ($1,98 \pm 0,12$)

Presente: Uso da radioastronomia permite observar a deflexão da luz com uma acurácia de 0.1%

1.6.3 *Red Shift*

- Em 1907 Einstein usa o princípio da equivalência para calcular o *red shift* gravitacional
- Fonte parada em um campo gravitacional = Fonte em queda livre
- Um observador solidário ao emissor verá o receptor se aproximando
- Devido ao efeito Doppler, o receptor irá medir uma frequência maior (deslocamento para o azul)
- Independentemente da natureza do fenômeno oscilatório, um relógio acima da superfície será mais rápido
- Não dá para saber se o relógio do emissor/receptor ou a frequência da luz sofreu alguma alteração
- Afastar dois relógios idênticos e juntá-los novamente (o relógio que esteve no alto estará adiantado)
- As comprovações experimentais aconteceram apenas a partir de 1960

2 Renascimento (1960–1980)

2.1 Red shift

1960: Robert V. Pound/Glen A. Rebka Jr.

- Primeira medida em laboratório da variação em frequência da luz na presença de um campo gravitacional
- Emissor: Fe^{57} (emite raios gama em 11,63 GHz e uma largura de linha de apenas 10^{-12} Hz) colocado a uma altura de 23 m do receptor
- Problema: agitação térmica e o recuo do núcleo causam efeito Doppler \Rightarrow alargamento de linha
- Solução: o efeito Doppler pode ser eliminado colocando os isótopos em cristais adequados (efeito Mossbauer)
- Fonte/emissor em movimento para poder cancelar o *red shift* gravitacional
- Acurácia inicial foi de 10% (em 1965, 1%)

1971: J. C. Hafele/R. Keating

- Comparar a frequência de um relógio atômico em movimento a uma certa altitude com a frequência de um outro relógio atômico idêntico, parado na superfície da Terra
- Deslocamento para o azul (gravitação) + dilatação temporal (velocidade): Oeste (obs. 273 ns, calc. 275 ns), Leste (obs. -59 ns, calc. -40 ns) (erro: ± 20 ns)

1971-75: Robert Vessot/Martin Levine

- Colocar um relógio atômico em um foguete (10000 Km de altitude)
- N. Ramsey/D. Kleppner/H. M. Goldenberg haviam desenvolvido em 1959 um relógio atômico capaz de manter a frequência de 1420 MHz, largura de linha 10^{-11} Hz, estável ($1/10^{15}$) por dias
- *Uplink*: envio do sinal para o receptor no foguete
- *Downlink*: envio de volta do sinal pelo foguete
- Ida e volta do sinal cancela os efeitos relativísticos, restando apenas o efeito Doppler devido ao movimento do foguete
- Acurácia: $70/10^6$ (*red shift* + dilatação temporal)

2.2 O atraso temporal da Luz

1959: Início da radioastronomia moderna

- Sinais de rádio enviados para Vênus, Marte e Mercúrio (potência emissão/recepção: $400 \text{ KW}/10^{-21} \text{ W}$)
- Distâncias entre planetas: $\pm 1 \text{ Km}$
- Melhor compreensão do interior e da superfície de planetas (o movimento de rotação de Vênus é no sentido oposto ao seu movimento de orbital)

1960-4: Irwin Shapiro

- Aprimoramento de radares para a radioastronomia
- Conhecimentos básicos sobre Relatividade Geral
- A velocidade da luz não é constante na presença de campos gravitacionais
- Calcula o atraso temporal para um sinal de radar enviado para Marte (e outros planetas) durante sua conjunção superior ($250\mu \text{ s}$, 75 Km)
- Na Relatividade Geral, metade do atraso temporal é devido ao princípio da equivalência (Newton) e a outra metade é devida à curvatura
- Os radares da época não tinham potência suficiente para atingir os planetas mais próximos na conjunção superior dentro da precisão necessária
- Programa: I) Determinar os parâmetros da órbita do planeta quando ele estiver fora da conjunção superior (e inferior); II) Calcular a órbita do planeta considerando todas as perturbações; III) Calcular o tempo gasto pela luz para ir até o planeta e voltar à Terra, sem considerar qualquer atraso temporal; IV) Comparar com o tempo medido
- Gases ionizados envolta do sol podem defletir e atrasar a luz (efeito corona, proporcional a $1/f^2$)
- O atraso temporal da luz previsto pela Relatividade Geral independe da frequência

1977-80 : NASA coloca uma nave não-tripulado em Marte. O atraso temporal da luz é comprovado com uma acurácia de 0.1%

2.3 Versão forte do Princípio da Equivalência

1965: Kenneth Nordtvedt

- PhD em Estado Sólido (Stanford); Instrumentação (Harvard)
- Montana State University
 - Estudos em Relatividade Geral
 - Corpos massivos (buracos negros, estrelas de nêutrons, planetas, etc.) caem com a mesma aceleração em um campo gravitacional?
- Em 1968, Nordtvedt descreve o movimento de corpos massivos em um espaço-tempo curvo
 - Apenas a Relatividade Geral prevê a mesma aceleração para qualquer corpo em queda livre
 - As demais teorias prevêem uma aceleração dependente da energia gravitacional interna dos corpos
 - Brans-Dicke prevê que a energia gravitacional cai numa taxa ligeiramente diferente das demais formas de energia (Terra-Lua: 130 cm!)

1971-90: Dicke, Shapiro e outros

- Em 1969 a Apollo 11 instala retroreflectores na Lua
- Dicke estava interessado também em verificar se a constante gravitacional era de fato constante durante a evolução do universo
- Cálculos precisos para a órbita da Lua
- Em 1990, a versão forte do Princípio da Equivalência pode ser verificada com uma precisão de $7/10^{13}$ (2 cm)
- Um buraco negro e uma bola de Tênis caem com a mesma aceleração em um campo gravitacional!

2.4 Constante gravitacional

1917: Modelo cosmológico de Einstein e de Sitter com base na Relatividade Geral:

- Distribuição uniforme e rarefeita de matéria
- Adicionar uma constante às equações de Einstein
- Universo finito e fechado (voltar ao ponto de partida)
- Sem fronteiras (similar à superfície de uma esfera)
- Estático (as posições relativas de galáxias estão fixas)

1922: Alexander Alexandrovich Friedmann (1888–1925) mostrou que as equações de Einstein admitem uma solução não estática ou periódica para a curvatura do universo

1929: Edwin Powell Hubble (1889–1953) observou que as galáxias estão afastando umas das outras numa taxa proporcional à distância entre elas

1931: Einstein retira a constante cosmológica

1960: Evidências para um universo aberto, infinito e em expansão

1960: R. Dicke procura realizar experimentos para verificar se a constante gravitacional estava mudando (1/20 bi por ano) com a evolução do universo

1976-82: Limite para $\Delta G < 1/100$ bi por ano

- Princípio de Mach (Ernst Mach, 1838–1916): propriedades locais da matéria são controladas pela matéria distante
- Expansão do universo \Rightarrow densidade de matéria diminuindo \Rightarrow força gravitacional pode estar enfraquecendo
- Paul Adrien Maurice Dirac (1902–1984) e suas brincadeiras com números:
 - $F_{\text{Elétrica}}/F_{\text{Gravitacional}} \approx 10^{40}$ (átomo de hidrogênio)
 - Unidade atômica (uat) de tempo: 10^{-23} s para atravessar um raio de Bohr
 - Idade do universo (20 bilhões de anos) $\approx 10^{40}$ uat

2.5 Ondas gravitacionais

1967: Antony Hewish e Jocelyn Bell (pulsares)

- Pulsos regulares (relógios atômicos) vindos de fora do sistema solar
- Períodos curtos (segundos)
- Período estável (variação de 10^{-9} s por ano devido a rotações internas)
- Estrela de nêutrons:
 - densidade alta ($3m_{\text{sol}}$ em apenas 20 Km de diâmetro)
 - campo magnético intenso ($10^{12} \times$ campo magnético da Terra)
 - estágio final da evolução de uma estrela

1974: Joe Taylor e Russel Hulse

- Acrescentar mais alguns pulsares à lista contendo cerca de uma centena
- Um pulsar peculiar:
 - período curto (0.059 s) + grandes variações ($\mu\text{s}/\text{horas}$)
 - havia um padrão nas variações do período
- Hipótese: sistema binário
 - período orbital de 7,75 horas
 - efeitos relativísticos até 100 vezes os efeitos presentes em Mercúrio
 - avanço do periastro 36000 vezes o avanço do periélio de Mercúrio
- massas desconhecidas (Relatividade Geral p/a calcular as massas):
 - avanço do periastro ($4,22663^\circ/\text{ano}$) \Rightarrow massa total ($2,8284 m_{\text{sol}}$)
 - dilatação temporal + *red shift* ($58 \text{ ns}/\text{ano}$) \Rightarrow massas relativas ($1,441+1,3875$)
- Ondas gravitacionais (previstas em 1916 por Einstein):
 - Transportam energia
 - Provas rigorosas em 1960 que podem ser observadas
 - O pulsar binário pode emitir ondas gravitacionais:
 - * Perda de energia \Rightarrow diminuição do período
 - * Relatividade geral prevê $75,8 \text{ ms}/\text{ano}$
 - * Observado por Hulse e Taylor em 1991: $76,0 \text{ ms}/\text{ano}$